

Vorkenntnisse von Schulanfängern hinsichtlich ausgewählter geometrischer Begriffe

1 Problemlage

Aus der Vielzahl von Untersuchungen zu den mathematischen Vorerfahrungen von Schulanfängern geht hervor, dass diese vielfach über umfangreiche mathematische Kenntnisse verfügen, wobei interindividuelle Unterschiede zu einer großen Heterogenität am Schulbeginn führen. (vgl. Schipper, 1996)

Die vorliegenden Untersuchungen zu Vorerfahrungen von Schulanfängern (z.B. Schmidt & Weiser, Grassmann u.a., Selter, Hengartner & Röthlisberger usw.) richteten ihren Fokus vor allem auf die arithmetischen Kenntnisse und Vorerfahrungen. Die geometrischen Vorkenntnisse von Schulanfängern hingegen wurden bisher nur in Teilen untersucht (z.B. Grassmann 1995, mit einem ursprünglich für tschechische Kinder entwickelten Test). (vgl. Franke, 2001).

Um den mathematischen Anfangsunterricht kindgerecht zu gestalten und somit den Übergang zur Schule zu optimieren, muss auf die unterschiedlichen Vorkenntnisse der Kinder eingegangen muss daran angeknüpft werden. Bilanzierende Aussagen zu mathematischen Vorerfahrungen von Schulanfängern sind deshalb eine wesentliche Voraussetzung für die Optimierung des Überganges in die Schule: Einerseits verdeutlichen sie das Ausgangsniveau, an das in der täglichen Arbeit angeknüpft werden kann, andererseits sind sie eine wesentliche Grundlage für die Qualifizierung der Arbeit in der Vorschule bzw. im Vorschuljahr des Kindergartens.

Geometrische Objekte und damit die betreffenden Begriffe werden – beispielsweise beim Arbeiten mit Plättchen oder Würfeln als Veranschauligungsmittel – vom ersten Schultag an als Werkzeug benutzt (vgl. Hasemann 2003). Es ist deshalb von Bedeutung zu wissen, welche Vorerfahrungen und Vorstellungen Kinder zu geometrischen Begriffen und Zusammenhängen unmittelbar vor dem Schuleintritt besitzen.

Der Erfassung der Vorerfahrungen hinsichtlich wesentlicher Komponenten des geometrischen Könnens galt eine Untersuchung mit Vorschulkindern, die im Jahr 2003 in den Städten Halle, Hamburg und Rostock durchgeführt wurde.¹ Einige der von den Kindern zu bearbeitenden Aufgaben zielten u. a. darauf ab, zu erfahren, inwieweit die Kinder geometrische Begriffe kennen und nutzen.

Im Folgenden sollen nun die Ergebnisse zu den Begriffskennnissen der Kinder hinsichtlich ausgewählter geometrischer ebener Figuren (Kreis, Dreieck, Viereck, Rechteck, Quadrat) vorgestellt werden.

Exkurs: Die Bedeutung fundamentaler Ideen für den Mathematikunterricht

Viele aktuelle Ansätze für eine geeignete Strukturierung des Mathematikunterrichts in der Grundschule gehen von so genannten fundamentalen Ideen bzw. von Grundvorstellungen aus. Nach VOM HOFE ist die Ausbildung von Grundvorstellungen mathematischer Begriffe und Verfahren von hoher Bedeutung für die Vermittlung zwischen Realität und Mathematik. Auch laut BRUNER ist die Vermittlung fundamentaler Ideen eine hilfreiche Grundlage eines langfristigen Lernprozesses.

Zwei, für den hier vorgestellten Teil der Untersuchung interessante fundamentale Ideen der Mathematik, sind die *Idee der Form* und die *Idee der Teil-Ganzes-Beziehung*. (vgl. Eichler, 2004)

¹ Die Untersuchung erfolgte im Rahmen des Teilprojektes 1 des Netzwerkes EGOS – lernende Regionen, und wurden von Klaus-Peter Eichler geleitet.

Nach der *Idee der Form* erfassen Kinder die Form von Objekten als eine wesentliche Eigenschaft, nach der sie diese klassifizieren. Sie sammeln die Erfahrung, dass die Form eines Objektes wesentlich über dessen Verwendungsmöglichkeiten entscheidet.

Die *Idee der Teil-Ganzes-Beziehung* beinhaltet die Vielfalt der Beziehungen zwischen einer Menge, deren Teilmengen sowie Elementen zu erkennen, die sich in den Beziehungen zwischen Begriff und Ober- bzw. Unterbegriff widerspiegelt. Die Kinder erfassen diesbezüglich, dass Eigenschaften, die für die gesamte Menge gelten, auch für jedes einzelne ihrer Elemente gültig sind, dass aber nicht jede Eigenschaft, die für ein einzelnes Element gültig ist, ist auch für die Gesamtheit gelten muss. Im Hinblick auf ebene Figuren erfassen die Kinder beispielsweise, dass jedes Quadrat ein – ganz besonderes – Viereck, aber nicht jedes Viereck ein Quadrat ist.

2 Anlage der Untersuchung

Die vorliegende Untersuchung wurde ca. 1800 Schulanfängern² durchgeführt und umfasste insgesamt zehn Aufgaben, wobei nicht alle Kinder alle Aufgaben bearbeiteten. Nachfolgend werden drei der eingesetzten Aufgaben vorgestellt, bei deren Bearbeitung Aussagen zur Begriffskenntnis der Kinder hinsichtlich der geometrischen Figuren Kreis, Dreieck, Viereck, Rechteck und Quadrat gewonnen wurden.

Aufgabe „Sortieren“

Zu Beginn der Untersuchung wurden den Kindern unterschiedliche Figuren zum Legen ungeordnet präsentiert (Abb. 1 - alle gefärbten Figuren waren jeweils in mehreren Farben vertreten). Sie wurden aus einer Tüte ausgeschüttet und sollten von den Kindern vor dem Legen erst einmal auf einer A3-Vorlage (Abb. 2) sortiert werden. Zunächst wurde erfasst, nach welchen Kriterien die Kinder sortierten, was ihnen wichtig war. In den Fällen, in denen die Kinder die Figuren nicht von sich aus nach ihrer Form sondern beispielsweise nach der Farbe sortierten, wurden sie von den Interviewern nach der Phase der Erstbegegnung mit dem Material um ein Sortieren nach der Form gebeten.

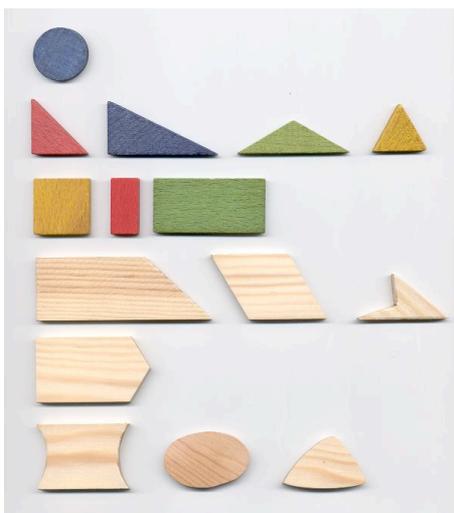


Abbildung 1: Figuren zur Untersuchung

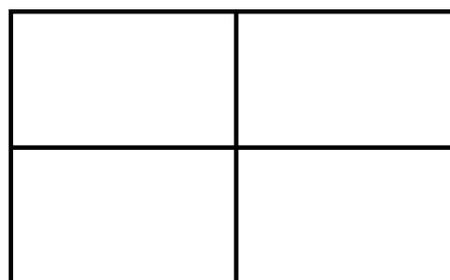


Abbildung 2: Sortiervorlage

² Alle Aussagen dieses Artikels beziehen sich auf eine hierzu ausgewertete Teilstichprobe mit n=698

Diese Aufgabe liefert damit zum einen Informationen darüber, inwieweit die Kinder Kenntnisse über bestimmte Begriffe besitzen, zum anderen aber auch, ob die Kinder klassifizieren können und nach welchen Merkmalen sie die vorliegenden Figuren bevorzugt klassifizieren. Gleichzeitig konnte beim Sortieren die Kenntnis von Lagebeziehungen erfasst werden.

Aufgabe „Muster fortsetzen“

Die Aufgabe „Muster fortsetzen“ besteht aus sechs Musterserien (Abb. 3), welche die Kinder beschreiben und mit den angebotenen Figuren (Abb. 1) fortsetzen sollten. Die Aufgabe erlaubt sowohl Aussagen, inwieweit die Kinder die jeweilige Gesetzmäßigkeiten erkennen und erklären können als auch darüber, ob und welche Begriffe die Kinder sicher verwenden. Dabei ist insbesondere erkennbar, inwieweit die Kinder in der Begriffsidentifizierung konstant sind, d.h. ob sie Figuren konstant erkennen und richtig benennen, ob sie beispielsweise in der Musterserie 3 (••) das Quadrat generell oder nur in Normallage erkennen und richtig benennen.

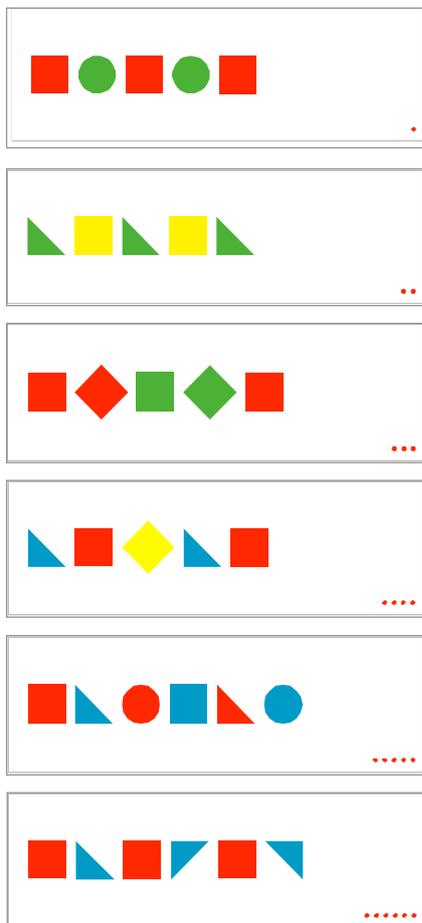


Abbildung 3: Musterserien zur Aufgabe „Muster fortsetzen“

Aufgabe „Was gehört nicht in diese Reihe?“

Diese Aufgabe besteht ebenfalls aus einer Serie von sechs Karten, auf denen verschiedene Figuren abgebildet sind, wobei jeweils eine nicht zu den anderen passt (Abb. 4). Die Kinder sollten die Figuren vergleichen und das distinktive Merkmal herausfinden. Die falsche Figur durften sie dann mit einem Foliestift durchstreichen. Wie bei allen eingesetzten Aufgaben ging es auch hier nicht nur um das Erfassen des Ergebnisses, sondern auch um die Frage, wie die Kinder das Ergebnis fanden, wie sie es begründeten.

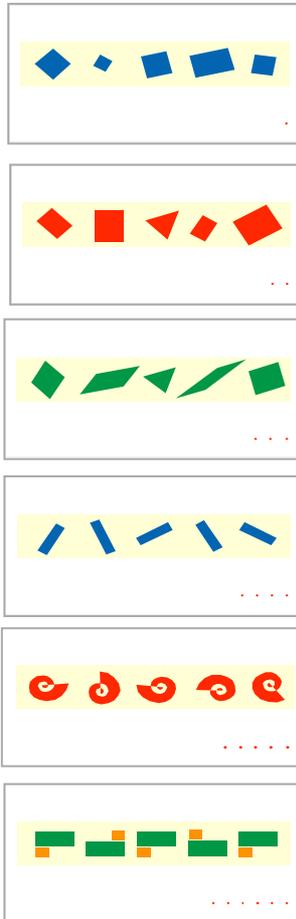


Abbildung 4: Musterserien zur Aufgabe „Was gehört nicht in diese Reihe?“

Die Aufgaben „Muster fortsetzen“ und „Was gehört nicht in diese Reihe?“ wurden nach aufsteigendem Schwierigkeitsgrad bearbeitet (von • zu •••••).

3 Ausgewählte Ergebnisse

Die Untersuchung wurde sowohl quantitativ, anhand eines halbstandardisierten Auswertungsbogens, als auch qualitativ, mittels videodokumentierter und transkribierter Interviewausschnitte ausgewertet.

3.1 Quantitative Ergebnisse

Den Begriff *Kreis* verwenden die meisten Kinder sicher. So haben bei der Aufgabe „Sortieren“ 93,5% der Kinder alle Kreise korrekt identifiziert und richtig zugeordnet, und nur 3% hat das Begriffswort in keiner der verwendeten Aufgaben benutzt.

Hinsichtlich der anderen geometrischen Begriffe ist ein breiteres Spektrum zu konstatieren. Das *Begriffswort* „Dreieck“ verwendeten immerhin 99% der Kinder. Allerdings akzeptierten 17% der Kinder *zunächst* nur rechtwinklig-gleichschenklige Dreiecke als Dreiecke, weitere 21 % der Kinder waren von Anfang an bereit, auch beliebige gleichschenklige Dreiecke (aber keine anderen) als Dreiecke zu akzeptieren. In der sehr kurzen Zeit der Untersuchung lernten die Kinder rasch, so dass letztlich 91% der Kinder alle Dreiecke richtig zuordneten.

Ähnliche Aussagen ergaben sich zum Begriff *Viereck*. Auch hier hat nur 1% der Kinder das *Begriffswort* „Viereck“ nicht benutzt. Zunächst akzeptierten 33 % der Kinder nur Quadrate als Vierecke. Weitere 10 % der Kinder akzeptierten darüber hinaus anfangs nur Rechtecke (darunter auch Quadrate) als Vierecke. Dennoch sortierten schließlich dann 89 % der Kinder alle Vierecke korrekt.

Bemerkenswert ist, dass immerhin 36% der Kinder der Zusammenhang zwischen den Namen „Dreieck“ bzw. „Viereck“ und der Anzahl der Ecken nicht bewusst war. Die Bitte, doch einmal ein Fünfeck und ein Sechseck zu zeichnen, ist hier aufschlussreich. Interessant ist auch, dass es eine Reihe von Kindern gab, die zwar sagten, dass das Viereck ein Viereck sei, weil es vier Seiten hat, aber dann als Viereck nur Quadrate akzeptierten.

Angesichts dieser unzulässigen Begriffseinengungen bei „Dreieck“ und „Viereck“ sollten die Kinder von Klasse 1 an die Reichhaltigkeit dieser Begriffe erleben.

Diese Ergebnisse waren auf Grund der alltäglichen Begegnung der Kinder mit diesen „Alltagsbegriffen“ (vgl. WYGOTSKIs Unterscheidung von Alltags- und Wissenschaftsbegriffen) zu erwarten. Entsprechend bestand die Erwartung, dass nur wenige Kinder die Fachbegriffe Rechteck und Quadrat sicher benutzen. Auch diese Erwartung wurde bestätigt.

Den Begriff *Rechteck* benutzten beim Sortieren noch 25% der Kinder, doch nur 2% haben ihn konstant über alle Aufgaben hinweg verwendet. 49% der Kinder haben den Begriff in keiner der Aufgaben benutzt.

Ebenfalls 25% der Kinder benutzten den Begriff *Quadrat* beim Sortieren, also von Anfang an, 8% haben ihn dann über alle Aufgaben hinweg verwendet, während 51% der Kinder den Begriff nie benutzten.

Ein besonders interessantes Ergebnis der quantitativen Auswertung ist, dass nur 15% der Kinder bei ihren Klassifikationen (Aufgabe „Sortieren“) darauf hinweisen, dass die Seiten der Figuren „gerade“ sein müssen. Doch dass nur 15% diese Begründung angeben, heißt nicht, dass nicht mehr Kinder ein wesentliches Merkmal darin sehen. Das Beispiel der krummlinigen Figur (in Abb. 1 unten rechts: 80% der Kinder hat sie nicht als Vieleck identifiziert) zeigt, dass die Kinder ihre Zuordnung vielleicht nicht sprachlich begründen, sie aber dennoch wissen, dass Vielecke geradlinig begrenzt sind.

Das Hauptkriterium, nach dem die Kinder die Figuren klassifizierten, war die Anzahl der Ecken bzw. Seiten. 65% der Kinder begründen so ihre Zuordnung. Doch die hohen Prozentzahlen der Kinder, die letztlich alle Dreiecke und Vierecke richtig sortierten (91% und 89%) zeigen, dass wesentlich mehr Kinder in der Anzahl der Ecken oder Seiten ein grundlegendes Merkmal einer geometrischen Figur sehen.

Inwieweit es den Kindern schwer fällt, Figuren zu erkennen, wenn sie nicht in gewohnter Lage auftreten, zeigt z.B. Aufgabe „*Muster fortsetzen*“. Hier tritt das Quadrat (in den Musterserien 3 und 4) in unterschiedlichen Lagen auf. Die Untersuchung zeigte, dass etwa 75% der Kinder das Quadrat auch dann erkennen und als Viereck oder als Quadrat bezeichnen, wenn es nicht in „Normallage“ vorliegt. Dies bedeutet, dass diese Kinder entweder

die gegebene Figur gedanklich so drehen können, dass sie ihrem Vorstellungsbild entspricht oder sie nach der Eckenanzahl „dekodieren“.

3.2 Qualitative Ergebnisse

Die folgenden Transkripte von Videodokumenten zeigen typische Reaktionen bzw. Handlungen der Kinder.

Ein typisches Verhalten ist, dass alle Kinder der ausgewerteten Videos im Quadrat das eigentliche, das „richtige“ Viereck sehen, welches somit als Prototyp für das Viereck fungiert. Die Ursache hierfür kann darin liegen, dass der Begriff *Viereck* „im Alltag oft nicht im geometrischen Sinne, sondern in einem engeren Sinne ausschließlich zum Bezeichnen von Quadraten verwendet [wird].“ (Franke, 2001)

Kind 1, Aufgabe „Sortieren“

(Das Kind hat bereits nach eigenen Kriterien sortiert und ist nun aufgefordert, auf die Vorlage zu sortieren.)

0:15 I: [...] *Dann alle Vierecke nach unten links.*

0:18 K: (Legt alle Quadrate dort hin.)

[...]

0:33 I: *Jetzt haben wir alle Kreise, Dreiecke und Vierecke. Und nach oben links legst du alle Figuren, die keine Kreise, keine Vierecke und keine Dreiecke sind, ja?*

0:54 K: (Legt alle Rechtecke, alle holzfarbenen Figuren und das große rechtwinklige Dreieck dort hin.)

1:02 K: (Nimmt die Rechtecke wieder weg.) *Sind ja auch Vierecke.*

1:03 I: *Dann musst du die bei den Vierecken mit reinpacken.*

1:04 K: (Tut dies.)

Kind 2, Aufgabe „Sortieren“

(Kind hat bereits vorsortiert, sortiert jetzt nach Anweisung auf die Vorlage.)

0:00 I: [...] *Dann alle Vierecke nach unten links.*

0:02 K: (Legt zuerst alle Quadrate in das Feld, dann das große Rechteck.)

0:14 I: *Haben wir noch mehr Vierecke?*

0:15 K: *Hm. Nein.*

0:16 I: *Nein? Dann leg doch bitte alle Dreiecke[*

0:17 K: (Überlegt nur kurz, Legt noch die beiden kleinen Rechtecke zu den Vierecken.)

0:18 I: *Jach, doch noch zwei. Genau.*

[...]

Kind 3, Aufgabe „Sortieren“

(Kind hat nach eigenen Kriterien vorsortiert, soll jetzt auf der Vorlage sortieren.)

0:00 I: [...] *Dann hätt' ich gerne alle Vierecke nach unten links.*

0:03 K: *Alle Vierecke?*

0:04 I: *Ja.*

0:05 K: (Legt alle Quadrate nach unten links.)

0:08 I: *Sind das alle Vierecke?*

0:09 K: *Ja.*

[...]

In den angeführten Transkripten haben alle Kinder nach der Aufforderung, alle Vierecke in ein bestimmtes Feld zu legen, grundsätzlich zuerst zu den Quadraten gegriffen.

Die Tatsache, dass sehr viele Kinder bei der Frage nach Vierecken sofort zu den Quadraten greifen, untermauert die Annahme, dass für sie das Quadrat der Prototyp eines Vierecks ist. Zusätzlich gestützt wird diese Annahme dadurch, dass viele Kinder zwar auch die anderen Vierecke als Vierecke erkennen, bei diesen dann aber oft in ihren Augen zusätzliche oder besondere Merkmale (z.B. „Ein großer. So ein Viereck.“ oder „So ‘ne langen.“ ...) hervorheben, die sie von ihrem Prototyp, dem Quadrat, unterscheiden.

Kind 4, Aufgabe „Sortieren“

(Kind sortiert nach eigenen Kriterien.)

0:00 I: *Was ist das?* (Zeigt auf ein Quadrat.)

0:02 K: *Ein Viereck.*

0:03 I: *Und woher weißt du, dass es ein Viereck ist?*

0:05 K: *Es hat vier Ecken. Einmal hier, einmal hier und einmal hier und einmal hier.*

(Zeigt nacheinander auf alle Ecken.

Nimmt nacheinander alle Quadrate.

Nimmt das Trapez.)

Das sieht nun nicht so aus wie ein Viereck. Das ist ein anderes.

[...]

0:28 K: (Nimmt ein kleines Rechteck.) *Dann mach ich mal mit dem hier weiter.*

0:31 I: *Aha. Hast du eine Vorstellung, was das ist?*

0:32 K: *Ja. Das ist auch so ein längeres Viereck.*

(Sortiert die anderen Rechtecke diesen zu.

Nimmt das große Rechteck in die Hand.)

Das ist auch ein ganz langes, dickes Viereck.

0:38 K: (Nimmt die Raute.)

0:39 K: *Das ist ein*

0:43 K: *ein, was so ähnlich aussieht, wie ein ganz langes Viereck, das spitz ist.*

[...]

Kind 5, Aufgabe „Sortieren“

(Kind sortiert nach eigenen Kriterien)

0:43 I: [...] *Ok. Dann mach doch mal weiter, wenn du die runden so schön rausgesucht hast.*

0:49 K: (Nimmt ein Quadrat.)

0:50 I: *Ja. Weißt du, was das ist?*

0:52 K: *Hm. Ein Viereck.*

[...]

2:28 I: *So. Jetzt haben wir noch so ein paar komische Figuren. Was machen wir denn damit?*

2:30 K: (Nimmt das große Rechteck.) *Ein großer. So ein Viereck.*

[...]

Wenn also mit 89% der größte Teil der Kinder letztlich alle Vierecke als solche erkennt, heben dennoch viele dabei die besonderen Merkmale hervor, welches die „Nichtquadrate“ von den Quadraten als den „eigentlichen“ Vierecken unterscheidet. Dass das Quadrat dabei als Prototyp des Vierecks fungiert, zeigt sich darin, dass kein einziges Kind das Quadrat oder seine Eigenschaften besonders hervorhebt, sondern dass es von fast allen Kindern als erstes und ohne weitere Kommentare zu den Vierecken gelegt bzw. als solches bezeichnet wird.

Bereits die quantitative Auswertung zeigt, dass viele Kinder die Alltagsbegriffe Kreis, Viereck und Dreieck kennen, hingegen deutlich weniger Kinder die (Wissenschafts)begriffe Quadrat und Rechteck. Folgende Interviewausschnitte zeigen, dass Kindern, welche die Bezeichnungen „Quadrat“ und „Rechteck“ verwenden, in der Regel die Beziehungen dieser Begriffe zueinander und innerhalb der Klasse der Vierecke nicht bewusst ist.

Kind 6, Aufgabe „Sortieren“

(Das Kind sortiert nach eigenen Kriterien.)

[...]

2:14 I: (Zeigt auf einen Stapel Quadrate.) *Wie nennt man das jetzt hier?*2:16 K: *Vierecke.*2:17 I: (Zeigt auf die kleinen Rechtecke.) *Und was sind das?*2:19 K: *So 'ne langen. Ich weiß nicht, wie das heißt.*2:22 I: *Aha.*2:23 K: *Rechtecke glaub ich heißt das.***Kind 7, Aufgabe „Sortieren“**

(Das Kind sortiert nach eigenen Kriterien.)

[...]

1:46 I: (Zeigt auf einen Stapel Quadrate.) *Und was sind das?*1:47 K: *Viereck.*1:48 I: *Und was hast du dann noch?*1:49 K: *Rechteck. (Zeigt auf einen Stapel mit den kleinen Rechtecken.)*

[...]

2:13 I: (Nimmt das große Rechteck und ein Quadrat.) *Und bei den beiden hier?*2:16 K: *Bei den beiden?*2:17 I: *Ja.*2:18 K: *Das sind Rechtecke.**Oh! Das ist ein Viereck! (Zeigt auf das Quadrat.)*

[...]

Kind 8, Aufgabe „Was gehört nicht in diese Reihe?“, Serie 10:00 I: *So. Das kannst du dir erstmal ganz genau angucken. Und dann sollst du mir sagen, welche von den Figuren, die du dort siehst, nicht in diese Reihe passen.*0:08 K: *Ich glaub diesmal dies passt nicht in die Reihe. (Zeigt auf 2. und 4. Figur.)*0:10 K: *Und dies. (Zeigt auf 1. Figur.)*0:11 I: *Eins. Nur eins!*0:12 K: (Überlegt.) *Dann dies. Dies! Dies! (Zeigt auf 4. Figur.)*0:15 I: *Aha. Und warum gehört das da nicht hin?*0:16 K: *Weil's ein Rechteck ist und das sind alles Vierecke.*0:19 I: *Aha.*0:20 K: *Nur ein paar sind so schräg.*

Die Transkriptionen zeigen, dass die Kinder, die den Begriff *Rechteck* benutzen, ihn zwar in einem korrekten Zusammenhang verwenden, die entsprechenden Figuren dann aber häufig nicht mehr den Vierecken zuordnen. Das bedeutet, dass sie bestimmte Merkmale eines Rechtecks kennen, das Rechteck aber noch nicht bewusst als besonderes Viereck ansehen. Sie haben also noch nicht den Einblick in den Aufbau der Klasse der Vierecke. Sie erkennen nicht, dass die Eigenschaften, die ein Rechteck besitzt, auch ein Quadrat besitzt, wodurch ein Quadrat auch ein Rechteck ist (Idee der Teil–Ganzes–Beziehung). Vielmehr scheint es, als würden die Rechtecke bei einigen Kindern eine ganz neue Klasse bilden. Denn ein großer Anteil derjenigen Kinder, die den Begriff *Rechteck* benutzen, bezeichnen die Rechtecke nie als Vierecke und sortieren sie diesen auch nur selten zu, weil sie sich von ihrem Prototypen des Vierecks, dem Quadrat, unterscheiden.

Hinsichtlich der Begriffskenntnisse sollte die Aufgabe „*Muster fortsetzen*“ die Frage beantworten, ob und wie viele Kinder z.B. den Begriff Viereck generell benutzen oder ob sie diese Figur nur in „Normallage“ erkennen. Um dies herauszufinden eignet sich besonders die dritte Musterserie der Aufgabe. (Abb. 5)

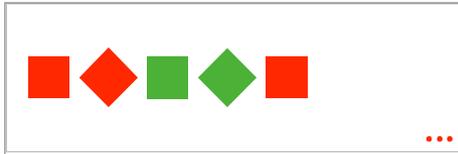


Abbildung 5: Musterserie 3 zur Aufgabe
„Muster fortsetzen“

Hier sollten die Kinder ein Muster fortsetzen, das aus Quadraten in „Normallage“ und gedrehten Quadraten besteht. Der quantitativen Auswertung zufolge haben 75% der Kinder das Viereck generell erkannt.

Auch die Kinder in den nachfolgenden Transkriptionen erkennen letztendlich das Viereck. Doch zu Beginn sind sie verunsichert, da das Viereck (Quadrat) in einer ungewohnten Lage dargestellt ist und sie es erst gedanklich drehen müssen, um eine Übereinstimmung mit einem Prototypen festzustellen.

Kind 9, Aufgabe „Muster fortsetzen“, Serie 3



- 0:00 I: Hier haben wir noch eine Reihe. Was sind das für Formen? Wie nennt man das?
 0:08 K: (Schaut auf das Muster, schnippt mit dem Finger und überlegt.) Äh, eckig?
 0:10 K: (Schnippt weiter.) Dreieckig? (Zeigt auf die 4. Figur.)
 0:16 I: Hat das drei Ecken?
 0:17 K: Eins, zwei, drei, nein vier.
 0:20 I: Und wie heißt das dann?
 0:21 K: Viereck?
 [...]

Kind 10, Aufgabe „Muster fortsetzen“, Serie 3



- 0:00 K: Rot. (Zeigt auf 1. Figur.)
 Grün. (Zeigt auf 3. Figur.)
 Viereck. (Zeigt auf 1. Figur.)
 Viereck. (Zeigt auf 3. Figur.)
 0:10 I: Und was ist das? (Zeigt auf 2. Figur.)
 0:12 K: Dreieck.
 0:13 I: Das ist ein Dreieck?
 0:14 K: Nein. Das ist ein Viereck. Aber nur, aber nur das ist spitz.
 0:19 I: Aha. Ok.
 0:20 K: Haben wir das überhaupt? (Schaut auf die unsortierten Holz-Figuren.)
 0:25 I: Mal gucken. Also, du hast gesagt jetzt haben wir, also du hast gesagt ein Viereck. (Zeigt auf die Musterserie.) Dann hast du gesagt ein, was war das noch? Ein?
 0:35 K: Hm. Ein spitzes Viereck.
 0:36 I: Und dann kommt wieder?
 0:38 K: Ein Viereck.
 0:40 I: Und dann?
 0:42 K: Ein spitzes Viereck.
 0:43 I: Und was kommt dann?
 0:45 K: Das. (Zeigt auf 4. Figur.)
 0:47 I: Aha. Na dann guck mal, ob wir das haben.
 0:50 K: Nein.
 0:52 I: Haben wir kein spitzes Viereck?
 0:53 K: (Nimmt ein Dreieck.) Das ist ein Dreieck. Nein.
 [...]
 (Das Kind legt schließlich das Muster mit falschen Figuren weiter.)

Besonders das zweite Beispiel (Kind 10) zeigt, dass Kinder, die das gedrehte Quadrat mit Viereck bezeichneten, die Figur zwar als solches erkannt haben, es aber dennoch noch nicht erfasst haben müssen, dass es die gleiche Figur, wie z.B. das erste Quadrat ist. Es ist durchaus möglich, dass Kinder das Quadrat, welches sie in der Aufgabe „Sortieren“ sofort als Viereck erkannten und bezeichneten, hier nur mit Schwierigkeiten wieder erkennen, weil es sich in einer für sie nicht alltäglichen Lage befindet.

Neben all diesen spezifischen Aussagen zeigte sich der große Unterschied in den Vorkenntnissen der Kinder. Bereits die quantitative Auswertung zeigte, dass die Differenz zwischen den Leistungen der Kinder sehr groß sein kann. So gibt es z.B. Kinder, die nie den Begriff Kreis verwenden (3%). Daneben gibt es aber auch Kinder, die bereits die Fachbegriffe Quadrat oder Rechteck in korrektem Zusammenhang benutzen. Die folgenden Transkripte illustrieren diese große Inhomogenität der Vorkenntnisse der Kinder.

Kind 11, Aufgabe „Muster fortsetzen“, Serie 1



- 0:00 I: Und zwar siehst du hier, dass da so ein Muster ist. Und du sollst mal versuchen mit diesen Figuren hier, kannst du alle frei wählen, das Muster weiter zu legen. Ja?
- 0:09 K: Was denn?
- 0:10 I: Das fortsetzen. So wie das hier ist. Was für Formen siehst du denn hier? (Zeigt auf die 1. Figur.)
- 0:15 K: Hm.
- 0:16 I: Was ist das erste?
- 0:17 K: Das erste ein Viereck?
- 0:19 I: Ja. Und das nächste? (Zeigt auf die 2. Figur.) Na das ist ganz leicht. Kommst du drauf?
- 0:24 K: Ich denk grad nach.
- 0:25 I: Na denk ruhig 'nen Moment.
- 0:33 I: Ist rund, 'ne?
- 0:34 K: (Schaut unsicher und nickt.)
- 0:36 I: Fiel dir das nicht ein? So, und dann haben wir wieder ein Viereck, wieder ein Kreis, wieder ein Viereck. Und was muss dann als nächstes kommen? Wenn wir die Reihe, so wie sie ist, weiter setzen wollen?
- 0:39 K: (Schaut unsicher.)
- 0:42 I: Kannst hier wählen. Guck mal. Kommt denn als nächstes ein Dreieck? (Legt ein Dreieck an die freie Stelle.)
- 0:47 K: Kann ich mir das aussuchen?
- 0:49 I: Du kannst dir das aussuchen. Aber wir wollen uns ja schon so ein bisschen danach richten, was wir da sehen, bei dem Muster.
- 0:56 I: Weißt du nicht?
- 0:57 K: (Schüttelt den Kopf.)
- 0:58 I: Na ist nicht schlimm. Dann machen wir einfach was anderes.

Kind 12, Aufgabe „Was gehört nicht in diese Reihe?“, Serie 1



- 0:00 I: Da hab ich noch ein paar Figuren. Und da passt eins immer nicht in die Reihe. Eins passt da nicht.
- 0:07 K: (Zeigt sofort auf die 4. Figur.) Das.
- 0:09 I: Und warum? Woran hast du das erkannt?
- 0:10 K: Das hier sind alles Vierecke, rumgedreht. (Zeigt auf die Quadrate.) Und dies ist ein Rechteck. (Zeigt auf die 4. Figur.)
- 0:13 I. Aha.

Während also Kind 11 bereits die Aufgabenstellung nicht versteht und scheinbar den Begriff Kreis nicht sicher verwenden kann, benutzt das Kind 12 schon den Begriff Rechteck korrekt und kann erklären, dass die anderen Vierecke gedreht wurden.

Diese Transkripte widerspiegeln zwar immer die Arbeit einzelner Kinder. Sie repräsentieren aber zugleich Typisches, Allgemeines und machen damit deutlich, mit welchen unterschiedlichen Voraussetzungen die Kinder zur Schule kommen.

4 Ausblick

Die vorliegenden Fakten bestätigen die Heterogenität unter den Kindern zum Zeitpunkt des Schuleintritts. Dabei sind besonders die großen Unterschiede bei den Vorkenntnissen der Kinder auffällig. Während einige Kinder noch nicht in der Lage sind die Begriffe *Kreis* oder *Dreieck* richtig zu verwenden, oder sie scheinbar gar nicht kennen, benutzen andere bereits die Begriffe *Rechteck* und *Quadrat* in korrektem Zusammenhang.

Als *eine* allgemeine und nicht neue Forderung ergibt sich daraus die nach einem differenzierenden Unterricht, der bedarfsgerecht auf die individuellen Voraussetzungen der Kinder eingeht.

Es zeigte sich aber auch, dass die meisten Kinder zum Zeitpunkt ihres Schuleintritts bereits über vielfältige Fähigkeiten verfügen. So sind schon drei Viertel aller Kinder in der Lage, Figuren gedanklich zu verändern (z.B. sie zu drehen). Diese Fähigkeiten sollten im Anfangsunterricht unbedingt erweitert und ausgebaut werden. Hierzu eignen sich im besonderen Maße Aufgaben zur Kopfgeometrie, die als regelmäßige Abwechslung in die täglichen Übungen einbezogen werden sollten. Zahlreiche Anregungen hierfür liefern Radatz und Rickmeyer (vgl. Radatz/Rickmeyer, 1991). Ebenso eignen sich Aufgaben, ähnlich den in der Untersuchung verwendeten, wie z.B. das Fortsetzen von Mustern. Hier bietet es sich zur Differenzierung an, die Kinder z.B. eigene Muster erfinden und somit den Schwierigkeitsgrad selbst bestimmen zu lassen. Wichtig ist in jedem Falle ein variationsreiches Aufgabenangebot, so dass die Kinder unterschiedliche geometrische Formen in unterschiedlichen Lagen kennen lernen können.

Die Auswertung der Interviewmitschnitte hat gezeigt, dass viele Kinder die Lösungen von Aufgaben nicht sofort parat haben, aber nach nur kurzer Zeit des Probierens, Nachfragens, Überlegens zu Lösungen kommen.

Diese Zeit, ihre Fähigkeiten ausbauen und die „Zone der nächsten Entwicklung“ (WYGOTSKI) erreichen können, sollte ihnen auch im Unterricht gewährt werden.

Die konstatierte Heterogenität der Kinder resultiert nicht zuletzt auch daraus, dass sie verschiedene Kindereinrichtungen besuchten. Dieser Befund kann unseres Erachtens vor allem dadurch geändert werden, dass die Kinder in den Kindereinrichtungen planmäßig und systematisch auf die Schule vorbereitet werden. Bildungspläne wie der in Mecklenburg-Vorpommern seit 2004 gültige Rahmenplan sind unseres Erachtens hier ein Schritt in die richtige Richtung.

Literatur

- EICHLER, K.-P.: Geometrische Vorerfahrungen von Schulanfängern. In: Praxis Grundschule. (2004)2
 FRANKE, M.: Didaktik der Geometrie. Spektrum Akademischer Verlag. Heidelberg/Berlin 2001.
 HASEMANN, K.: Anfangsunterricht Mathematik. Spektrum Akademischer Verlag. Heidelberg/Berlin 2003.
 RADATZ, H./ RICKMEYER, K.: Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Schroedel, 1991.
 Rahmenplan für die für die zielgerichtete Vorbereitung von Kindern in Kindertageseinrichtungen auf die Schule in der Fassung vom 1. August 2004. – Schwerin: Sozialministerium des Landes Mecklenburg-Vorpommern, 2004
 SCHIPPER, W.: Kompetenz und Heterogenität im arithmetischen Anfangsunterricht. In: Die Grundschulzeitschrift 96/1996. S. 11 - 15.
 VOM HOF, R.: Grundbildung durch Grundvorstellungen. In: Mathematik lehren 118/2003. S. 4 – 8.
 WYGOTSKI, LEW: Denken und Sprechen. Fischer Taschenbuch Verlag. Frankfurt am Main 1991.